

第2讲 方程（组）与不等式（组）综合

一、已知解方程解的范围求参数范围

例题1

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x - y = 1 \end{cases}$ 中 x, y 非负，求 k 的取值范围。

解：

练习1

1. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x + 2y = -3m + 2 \end{cases}$ 的解满足 $x - y > -\frac{3}{2}$ ，则 m 的最小整数解为（ ）。
- A. -3 B. -2 C. -1 D. 0

2. 如果方程组 $\begin{cases} x - y = a + 3 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ 的解 x, y 满足 $x > 0, y < 0$ ，求 a 的取值范围。

3. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 3x - y = 2a - 5 \\ x + 2y = 3a + 3 \end{cases}$ 的解都为正数。

（1）求 a 的取值范围。

（2）已知 $a + b = 4$ ，且 $b > 0, z = 2a - 3b$ ，求 z 的取值范围。

二、已知参数范围求方程组解的范围

例题2

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x - y = 1 \end{cases}$ 中 $-1 < k \leq 4$, 求 x, y 的取值范围.

解:

练习2

4. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x - 2y = 5 - a \\ x + y = 2a + 8 \end{cases}$, 其中 $-7 \leq a \leq 2$, 给出下列说法: ①当 $a = 1$ 时, 方程组的解也是 $x + y = 1 - a$ 方程的解; ②当 x, y 的值互为相反数时, $a = 4$; ③ $-12 \leq x + 2y \leq 15$; ④ $\begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \end{cases}$ 可能是原方程组的解. 其中正确的说法有 ().
- A. ①③ B. ①②④ C. ①③④ D. ②③
5. 若二元一次方程组 $\begin{cases} 6x + y = k + 3 \\ x + 6y = 5 \end{cases}$ 的解为 x, y , 且 $2 < k < 4$, 令 $m = x - y$, 则 m 的取值范围是 ().
- A. $-\frac{2}{5} < m < 0$ B. $0 < m < \frac{2}{5}$ C. $0 < m < \frac{5}{2}$ D. $-\frac{5}{2} < m < 0$
6. 已知实数 x, y, a 满足 $x + 3y + a = 4$, $x - y - 3a = 0$, 若 $-1 \leq a \leq 1$, 则 $2x + y$ 的取值范围是 _____.
7. 已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = 1 - 3a \\ 2x - 3y = a + 5 \end{cases}$, 其中 $-2 \leq a < 3$.
- (1) 求 $2x - y$ 的取值范围.
- (2) 若 $y > 0$, 求 $x + 2y$ 的取值范围.

三、不定方程求解的范围

|| 例题3

已知关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x + y = k \\ x - y = 1 \end{cases}$ 中 x, y, k 非负, 求 $3x + 2y - k$ 的取值范围

解:

|| 练习3

8. 已知实数 a, b, c 满足 $\begin{cases} 2a - b + c = 3 \\ a + b + c = 6 \end{cases}$, 且 $b \geq c \geq 0$, 则 a 的最大值为 _____; 最小值为 _____.
9. 已知三个非负数 a, b, c 满足 $3a + 2b + c = 5$ 和 $2a + b - 3c = 1$, 若 $m = 3a + b - 7c$, 求 m 的最大值和最小值.
10. 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x - y = 3k - 2 \\ 2x + y = 1 - k \end{cases}$ (k 为常数).
- (1) 若 $|k| \leq 1$, 设 $m = 2y - 3x$ 且 m 为非负整数, 求 m 的值.